

# 東京音楽大学リポジトリ

## Tokyo College of Music Repository

エアリード楽器における数値流体力学からのアプローチ:

その1-エッジまでの距離の違いによるエッジ音の特定周波数-(今回)

その2-ジェット角度の違いによる音色の変化-(次回予定)

メタデータ	言語: ja 出版者: 公開日: 2001-12-20 キーワード (Ja): キーワード (En): 作成者: メールアドレス: 所属:
URL	<a href="https://tokyo-ondai.repo.nii.ac.jp/records/803">https://tokyo-ondai.repo.nii.ac.jp/records/803</a>

This work is licensed under a Creative Commons Attribution-NonCommercial-ShareAlike 3.0 International License.



# エアリード楽器における数値流体力学からのアプローチ

その1—エッジまでの距離の違いによるエッジ音の特定周波数—（今回）  
その2—ジェット角度の違いによる音色の変化—（次回予定）

村 中 洋 子

## 0. はじめに

古来より、人類は音楽を愛し、それを聞いて楽しく豊かに過ごしてきた。音楽の主役である楽器は、長い年月をかけて経験的に出来上がったものであるが、材料、構造など、どれをとってみても科学的に大変巧妙にできている。世界に存在する楽器の種類は数え切れないほどあるが、これらの楽器がなぜ鳴るのか、また、美しい音色を奏でるために、どこにどんな工夫がこらされているのか興味がつきない。

楽器で音を作るには、何らかの固体を振動させて、その振動を効率よく回りの空気に伝えれば良い。バイオリンの弦、クラリネットのリード、トランペットの奏者の唇、ドラムの皮膜など、固体の発音源である。しかし、フルート、リコーダー、尺八、パイプオルガンなどは、スリット（噴流口）から吹奏気流である空気ジェットをナイフエッジに当てて発音する。エアリード楽器と呼ばれるこれらの楽器は固体の振動源を持たず、空気の流れにより音（流体音）を発するのである。身の回りにもこの現象は多く見られる。例えば、瓶の口に斜めから息を吹きかければ音が鳴るし、風の強い日、サッシの隙間から風が入り込むとヒューと鳴る音や口笛も同じ流体音である。

本稿の研究目的は、エアリード楽器はどのような発音源から楽器としての最終音に至るのか、また、同じピッチで同じ構造のエアリード楽器が異なる音色を持つ<sup>(1)</sup>のはなぜか、数値流体力学の立場から解明を試みるものである。

数値計算による流体音の研究は、実験や理論的研究に比べると歴史は浅いが、これまでも数多くなされている。しかし、流体音は、通常の流れ場の圧力変動に比べると、 $10^{-5}$  から  $10^{-8}$  程度微小の変動であり、流体音を数値計算から直接求めるには、高い精度の計算法が要求される。また、実験結果や、遠方場の理論と比較するためには、計算領域を広く取る必要があり、計算機への負荷も大きくなる。そのため、誰にでも手軽にというわけにはいかず、直接数値シミュレーション（DNS）以外の手法が利用されている場合が多い。

最近になって高精度の計算手法が提案されるようになり、計算機の性能も大幅に向上したことも相成って、流体音を数値的に直接捉えることで、音の発生と伝播のメカニズムを詳細に解

明しようとする直接数値シミュレーション (DNS) の適用例が増え始めた<sup>(2)</sup>。

このような背景において、本稿は、エアリード楽器の発音部分を単純化した領域を、既存の数値計算法を利用して圧縮性ナビエ・ストークスの方程式を有限差分法で離散化する。まず、【ナイフエッジ先端部分から発振する流体音が直接数値シミュレーション (DNS) で捉えられるのか】また【捉えた流体音の評価はできうるのか】という基本的な問題を検討するために、エアリード楽器の吹奏気流の速度は最大で20m/s 前後であるが、圧縮性の流体コードを用いているので、ジェット速度をマッハ0.3程度に想定して計算を行う。計算結果を基に (その1) に関して分析した後、(その2) を対象にした計算を次回行う予定である。

(その1) スリット (噴流口) とナイフエッジの距離によって変化する発音周波数と周波数ジャンプの実験値および理論値との比較

(その2) 図1 に示された舌板の向きによって、するどい(a)String 系の音から豊かな(b) Flute 系の音、パイプオルガンの基礎音となっている(c)Diapason 系への音に変化する<sup>(3)</sup> 音のスペクトル分析 (次回予定)

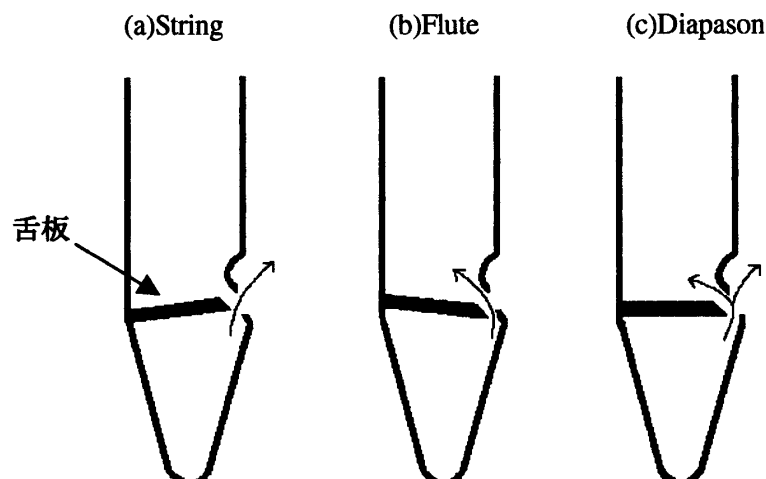


図1 メタルパイプの音色の種類

## 1. エアリード楽器の発音源とエッジ音

リコーダーとその吹奏口の構造を図2 に示す。リコーダーの発音は、吹奏によって音源を作り出す歌口と音階を構成する共鳴空気柱の2つの部分に分けられる。吹奏口から息を吹くと、フルースリットを通して空気ジェットが歌口のナイフエッジに当たり音が発生する。

この流体音はエッジ音と呼ばれ、エアリード楽器の発音源となる。エッジ音の発生機構は次のように説明されている<sup>(4)</sup>。一般に空気ジェットのせん断層は速度の不連続面 (渦面) を持ち、ケルビン・ヘルムホルツの不安定性によって、わずかに上下左右の周期的横揺れが始まり、渦度が生じる。渦度の周期的変動を伴った空気ジェットが鋭いエッジのある物体に当たると、渦度の変動による音波がエッジ面で発生する。この音波がスリットにフィードバックし、

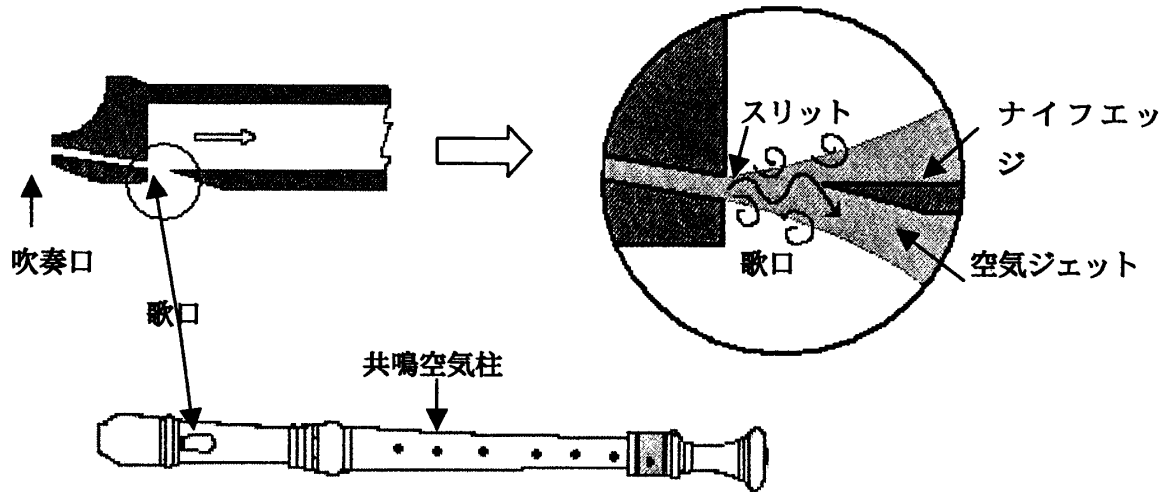


図2 リコーダー楽器の構造

スリットから噴出する空気ジェット自体に影響を与え、ある種の共鳴現象がおこる。この音が自己励起音と言われるエッジ音である。

これまでエッジ音については、昔から様々な実験や研究が行なわれてきた。エッジ音の周波数  $f$  はスリットとエッジまでの距離  $h$ 、ジェット速度  $U_j$  と次のような関係がある<sup>(5)</sup>。

$$Se = \frac{fh}{U_j} = n \left( \frac{U_c}{U_j} \right) \quad (1.1)$$

ただし、 $Se$  はストロハル数、 $U_c$  はジェットせん断層中の渦の移動速度である。この関係はフィードバック機構の考え方から得られる。 $n$  は正の整数で渦の発振モードを表わし、スリットとエッジまでの間にいくつ渦が存在するかということに関係する。ストロハル数  $Se$  は同じ  $n$  に対して一定で、 $n=1, 2, 3$  のとき、 $Se$  はほぼ 0.5, 1.0, 1.5 という値をとる。この  $n$  が変わってストロハル数  $Se$  がステップ状に変化することを周波数ジャンプという。このエッジ音の周波数に関して、ブラウンは精密な実験を繰り返すことで、次の実験式<sup>(6)</sup> が成り立つことを示した。

$$f = 0.466 \cdot k (U_j - 40.0) \left( \frac{1}{h} - 0.07 \right) : k = 1, 2, 3, 3.8, 5.4 \quad (1.2)$$

ブラウンの実験（ジェット速度は 1.37m/s～17.5m/s の範囲）から、エッジまでの距離を変化させていくと、エッジ音の周波数が次々とジャンプし、100Hz～4,000Hz にわたる広い周波数成分をもつことが分かる。このことからエッジ音はエアリード楽器の音源として十分に役割を果たしていると言える。

エッジ音は、(1.1)式、(1.2)式から分かるように、スリットからナイフエッジまでの距離が長くなると音が低くなり、空気ジェットが速くなるほど高い音ができる。しかし、空気ジェットをナイフエッジに当てれば必ずエッジ音が発生するというわけではなく、空気ジェットの幅、エッジまでの距離、エッジの角度、さらに、ナイフエッジに当たるジェットの向きもエッジ音

の発生や音色に大いに関係してくる。リコーダーの場合は、空気ジェットの方法や形状・寸法を自動的に形成するフルースリットがナイフエッジの前についているので、吹奏口から吹けば誰にでも音を鳴らすことができる。一オクターブ高い音を鳴らすには、エッジまでの距離は固定されているので、唇をすぼめて速く息を吹く。同じエッジ音を発音源とするフルートや、次の図3に示す尺八の場合は、唇の位置や角度をうまく調節して、空気ジェットを正しく歌口のナイフエッジに吹き当てなければ音は鳴り出さない。特に低音域の発音は難しく、フルートの場合、息を調節すると同時に唇から歌口を少し遠ざけるように共鳴空気柱をすこし回転させて吹奏する。さらに、高音・低音域を問わず奏鳴が難しいのは尺八であり、奏者の技量によって音色が変化するという特徴を持つ。

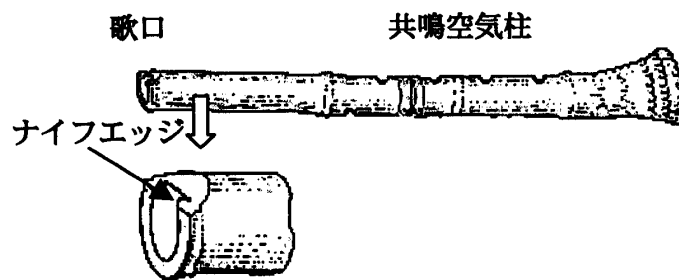


図3 尺八

## 2. 基礎方程式及び数値計算法

基礎方程式は、次のように直交座標系  $(x, y)$  から一般座標系  $(\xi, \eta)$  に座標変換を行うと、

$$\begin{aligned} \xi &= \xi(x, y, t) \\ \eta &= \eta(x, y, t) \\ t &= \tau \end{aligned} \tag{2.1}$$

二次元圧縮性ナビエ・ストークス方程式は以下のようなになる<sup>(7)</sup>。

$$\frac{\partial \hat{Q}}{\partial \tau} + \frac{\partial \hat{E}}{\partial \xi} + \frac{\partial \hat{F}}{\partial \eta} = \frac{1}{\text{Re}} \left( \frac{\partial \hat{E}v}{\partial \xi} + \frac{\partial \hat{F}v}{\partial \eta} \right) \tag{2.2}$$

ただし、

$$\hat{Q} = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ e \end{bmatrix} \quad \hat{E} = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} \rho U \\ \rho u U + \xi_x p \\ \rho v U + \xi_y p \\ (e + p) U \end{bmatrix} \quad \hat{F} = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} \rho V \\ \rho u V + \eta_x p \\ \rho v V + \eta_y p \\ (e + p) V \end{bmatrix} \tag{2.3}$$

$$\hat{E}_v = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} 0 \\ \xi_x \tau_{xx} + \xi_y \tau_{xy} \\ \xi_x \tau_{yx} + \xi_y \tau_{yy} \\ \xi_x \beta_x + \xi_y \beta_y \end{bmatrix} \quad \hat{F}_v = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} 0 \\ \eta_x \tau_{xx} + \eta_y \tau_{xy} \\ \eta_x \tau_{yx} + \eta_y \tau_{yy} \\ \eta_x \beta_x + \eta_y \beta_y \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

$U, V$  は反変速度成分であり、

$$U = \xi_x u + \xi_y v \quad V = \eta_x u + \eta_y v \quad (2.5)$$

で与えられる。 $\tau_{ij}$  は粘性応力テンソルで、成分は

$$\tau_{xx} = \frac{2}{3} \mu (2u_x - v_y) \quad \tau_{yy} = \frac{2}{3} \mu (2v_y - u_x) \quad \tau_{xy} = \tau_{yx} = \mu (u_y + v_x) \quad (2.6)$$

である。さらに  $\beta_x, \beta_y$  は熱伝導によるエネルギーの再配分を与える項であり、

$$\beta_x = \tau_{xx} u + \tau_{xy} v + \frac{\mu}{(\gamma-1) M^2 P_r} T_x \quad (2.7)$$

$$\beta_y = \tau_{yx} u + \tau_{yy} v + \frac{\mu}{(\gamma-1) M^2 P_r} T_y \quad (2.8)$$

となる。 $J$  は座標変換のヤコビアンで次のように定義される。

$$J^{-1} = x_\xi y_\eta - x_\eta y_\xi \quad (2.9)$$

ここで、 $\rho$  は密度、 $u, v$  は  $x, y$  方向の速度成分、 $e$  は単位体積あたりの全エネルギー、 $p$  は圧力、 $P_r$  はプラントル数、 $\mu$  は粘性係数、 $\gamma$  は比熱比、 $T$  は絶対温度、 $T_x$  と  $T_y$  は温度勾配、 $M$  はマッハ数である。この式に、理想気体を仮定した状態方程式

$$p = (\gamma-1) \left\{ e - \frac{1}{2} \rho (u^2 + v^2) \right\} \quad (2.10)$$

を加えた基礎方程式を、有限差分法で離散化する。

離散化の方法として、時間積分は、LU-ADI 法<sup>(8)</sup>、粘性流束は 2 次の中心差分で求め、非粘性流束は有限体積的に評価し、Roe の Flux Difference Splitting に 3 次精度の MUSCL を組み込んだ高解像度風上差分法<sup>(9)</sup> を適用する。

### 3. 計算対象および計算条件

エアリード楽器の発音部分を単純化した 2 次元の計算格子を  $\xi$  方向に 251 点、 $\eta$  方向に 151 点 (格子点数 39,901 点) を切る。観測点 A,B,C,D,E,F,G,H,I は図 4、計算格子 O,P,Q,R,S は図 5 に示す通りである。OP はナイフエッジ、S はスリットの中心、A,B,C,D はナイフエッジの先端からエッジ面後方に沿って、E は渦などの遷移による圧力変動のないエッジから離れた場所 (OE > 7cm)、F,G,H,I は順にナイフエッジからスリットに向かって位置している。境界条件は、遠方境界の PQ では無反射境界条件、ナイフエッジ OP の壁面上は速度 0 の物体境界条件を用いる。また、RS はスリット口の壁面として物体境界条件を用いた。スリットから  $h$  離れたところにエッジ角度 20°、ナイフエッジの長さ 7cm の矩形物体を置き、幅  $d$ 、噴出速度  $U_j$

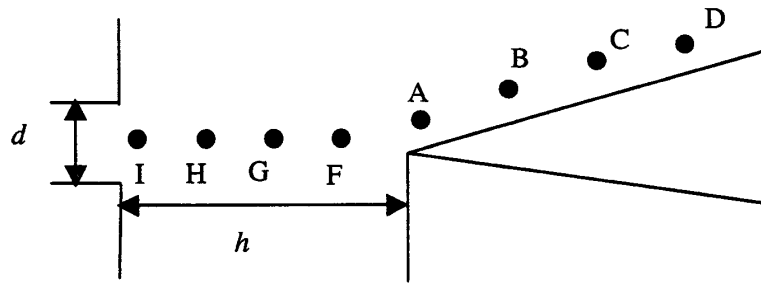


図 4

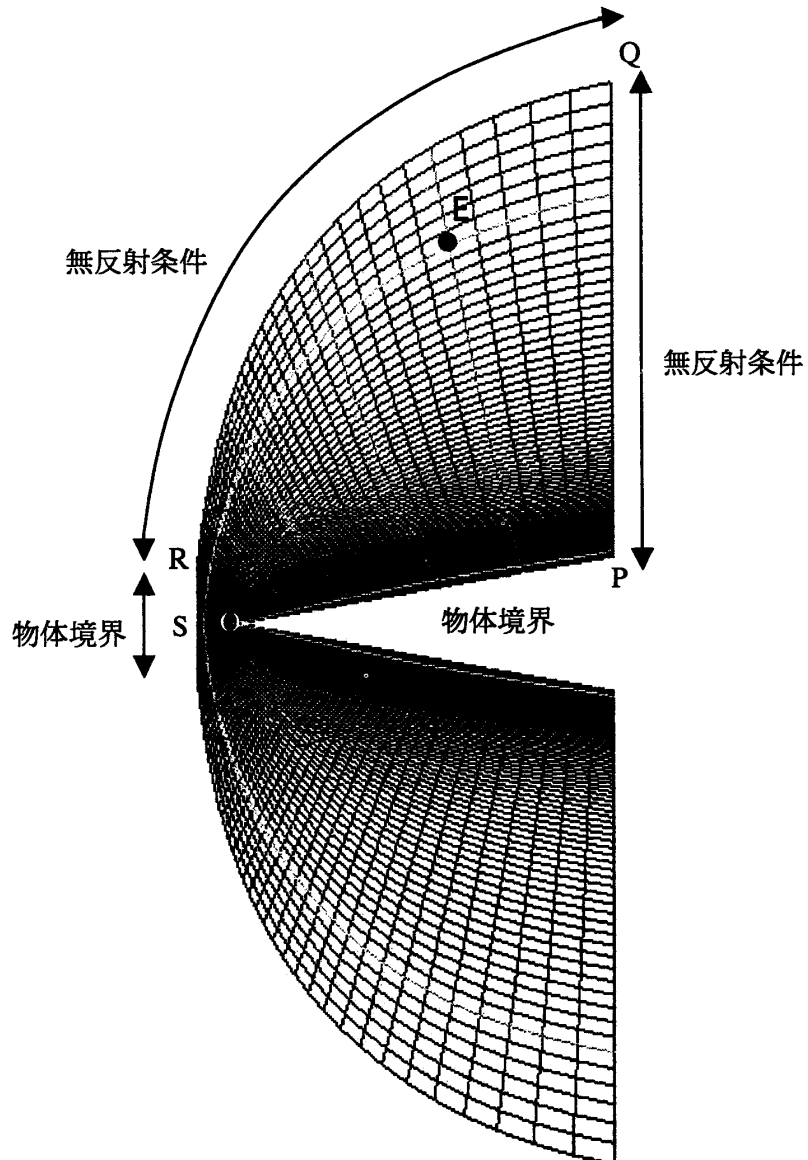


図 5

の層流ジェットをぶつける。このときのレイノルズ数  $Re$  は次式で与える。ただし、 $\nu$  は空気の動粘性係数である。

$$Re = \frac{U_j d}{\nu} \quad (3.1)$$

スリットからナイフエッジまでの距離  $h$  の違いによる発音周波数の変化を見るため、ジェッ

ト速度，ジェット幅を一定にし，次の4つの場合について計算を行った。計算条件を表1，表2に示す。Case 1～Case 4は，ジェット速度98.4m/s，ジェット幅1mmに固定，エッジまでの距離を5mm，7mm，10mm，12mmとした。したがって，レイノルズ数はどの場合も同じである。

無次元化はエッジの長さ7cmと常温15°Cとした音速340m/sによって施している。時間積分はLU-DIを使った陰解法ではあるが位相誤差を考慮して，最小格子幅においても，クーラン数を1以下になるように無次元の時間刻み ( $\Delta t=0.0001$ ) を定めた。

表 1

ジェット速度 $U_j$	98.4m/s
ジェット幅 $d$	1mm
レイノルズ数	7177
積分回数 $\Delta t=0.0001$	4,500,000回
計算実時間 $\Delta t=2.94n$ sec	13.23m sec
精 度	倍精度

表 2

	Case 1	Case 2	Case 3	Case 4
エッジまでの距離 $h$	5mm	7mm	10mm	12mm
$h$ と $d$ と の 比	$h=5d$	$h=7d$	$h=10d$	$h=12d$

#### 4. 計算結果及び考察

以前の研究<sup>(10),(11)</sup>で次のことを明らかにしてきた。

- (1) 渦の遷移のない遠方場での観測点 E で捉えられた圧力の周期的変動はエッジ音と考えられる。
- (2) エッジ先端部分にある観測点 A の圧力変動の周波数解析と，観測点 E の圧力変動の周波数解析とが一致していることから，エッジ音の音源はエッジ先端部分にあるといえる。
- (3) エッジまでの距離を変化させた場合の周波数ジャンプは捉えられていない。



これら (1), (2), (3) について本稿では別の角度から検証する。

図 6～図 13 は図 4, 図 5 で示した観測点 A,B,C,E,F,G,H,I の無次元時間における圧力変動の時間履歴およびその周波数解析を *Case 1*, *Case 2*, *Case 3*, *Case 4* ごとに示したものである。計算領域上半分のすべての点において、圧力変動の時間履歴を周波数解析し、83Hz～40,000Hz 範囲での周波数と振幅との関係を *Case 1* ( $h=5d$ ), *Case 2* ( $h=7d$ ) について調べた。*Case 1* ( $h=5d$ ) では、図 6 より、観測点 E での支配的な周波数 7640Hz をエッジ音の周波数と考える。周波数 7640Hz の振幅の大きさを、計算領域上半分示したものが図 14, 図 15 である。図 14 において、 $x-y$  軸方向は格子点座標、S の位置はスリットを中心、OP はナイフエッジである。赤から青の色は、領域全体の振幅の最大値を赤(1)、最小値を青(0)として無次元化している。図 14 から、エッジ先端の振幅の大きい赤い部分が領域全体に広がりを見せ、徐々に青に変わって行く様子が観察される。一方、図 15 は、図 14 の  $x-z$  平面を  $y$  軸方向から見たもので、さらに図 16 は図 15 を斜め上から見た立体的な図である。 $z$  軸方向の高さは、その点における周波数 7640Hz の振幅の大きさを示しており、領域すべての中で、エッジ先端部分がピークを持っていることが確認できる。また、エッジ先端部分から遠ざかるにしたがって振幅の大きさが減衰していることから、そこが音源であることがわかる。これらの図から、エッジ先端部分を音源とした周波数 7640Hz の音波が伝播し、領域全般の支配的な周波数となったと考えられる。さらに、観測点 A で得られた別の周波数 15110Hz について同様に調べたものが図 17 である。図 17 は、図 14 に比べて赤い部分はエッジ先端部分のみに現れ、他の領域はほとんど青の部分であることから、周波数 15110Hz は領域全般にわたった支配的な周波数ではなく、音波の伝播はないことを示している。

計算領域の支配的な周波数を調べたことで、*Case 1* ( $h=5d$ ) の場合、エッジ先端部分を音源とした周波数 7640Hz のエッジ音が DNS によって捉えられたことが確認された。同様に *Case 2* ( $h=7d$ ) において、観測点 A で捉えた周波数 4982Hz, 9882Hz, 12373Hz, 19681Hz について、領域内における振幅の大きさを示す分布図を図 18 に示す。この図において、周波数 9882Hz, 周波数 19681Hz と周波数 12373Hz の振幅の大きさを比較した場合、周波数 12373Hz の振幅が一番小さい。しかし、図 8, 図 9 を見ると、観測点 A では周波数 12373Hz より振幅の大きかった周波数 19681Hz の音波は観測点 E では捉えられておらず、周波数 12373Hz の音波の方が捉えられている。この点に関しては、計算領域の RS 部分を物体境界にしたことによって、領域 OPRS の部分で定在波が生じている可能性が高いと考えられる。理由としては、*Case 1*, *Case 3*, *Case 4* と異なり、すべての観測点の発音周波数にも、周波数 4982Hz を基音とする 2 倍音、3 倍音、4 倍音、5 倍音等の倍音が含まれている。エッジ音として発生する周波数 4982 Hz の波長は 7cm 程度であり、ちょうど領域 OPRS の固有周波数と一致したためと思われる。したがって、RS 部分の境界条件を無条件反射にして計算をし直した結果、観測点 E に最初の場合のような倍音は現れず、観測点 A と同じ発音周波数の音波が捉えられた。この結果より *Case 2* ( $h=7d$ ) で発生していると考えられるエッジ音の周波数は 4982Hz と、9882Hz では

表 3

	Case 1	Case 2	Case 3	Case 4
$h$ (cm)	0.5	0.7	1	1.2
$1/h$ (cm)	2	1.42857143	1	0.8333333
$U$ (cm/s)	9840	9840	9840	9840
$f_1$ (Hz)	7,640	4,982	3,073	2,491
$f_2$ (Hz)	—	12,373	7,889	6,394
$f_3$ (Hz)	—	—	12,788	9,965

なく12373Hz とする。

以上のことより、Case 1~Case 4における観測点 E で捉えたエッジ音の周波数  $f$  を表 3 に表わす。表 3 の周波数と、ジェット速度、ジェット幅、エッジまでの距離を同じ条件にして理論式(1.1)とブラウンの実験式(1.2)から推測される周波数と比較する。 $x$  軸に  $\frac{1}{h}$  (cm),  $y$  軸に周波数(Hz)を取って、エッジまでの距離によって変化する発音周波数を比較した結果が図 19 である。この図から、数値計算によって捉えられた発音周波数は、実験式および理論式から求められた周波数と比較して小さい。このことは、この解析手法の数値計算では、渦の移流速度が小さく評価されているということが考えられる。しかしながら、傾きは良く一致しており、スリットからエッジまでの距離  $h$  の変化によって周波数ジャンプが起こる様子もちゃんと捉えられていることがわかる。以上のことより、DNS によって得られたエッジ音は、2次元計算であるため定量的ではないが定性的に評価できうると考えられる。

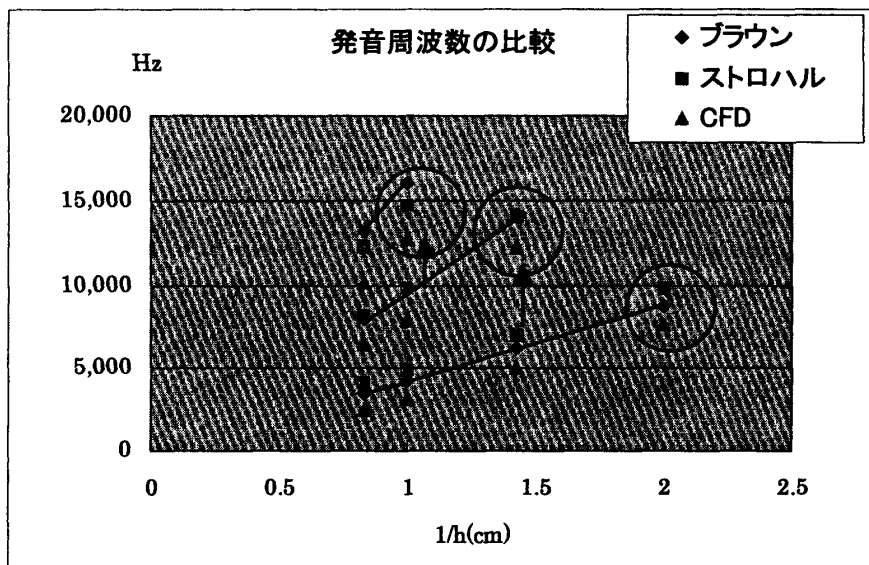


図19

## 5. まとめ

エアリード楽器の発音と特定周波数および、音色の変化を数値シミュレーションによって、定性的に分析することを目的に、まず数値計算の流体音への有効性を問うことを考え、発音部分の簡単な格子を切り2次元計算を既存の解析手法で行った。得られた数値データを基に、領域内の圧力変動の時間履歴や、ナイフエッジ先端から発振される音の周波数スペクトルを求め、実験式や理論式から推測される値と比較した。その結果、エッジまでの距離による発音周波数は、実験値、理論値と良く一致し、周波数ジャンプも捉えられた。したがって、DNSでのエッジ音に対する有効性が吟味できたと考え、次の研究課題であるジェットの向きによる音色の変化について同様の手法によって解析することは問題ないと言える。ただし今回は、基礎研究のため、エアリード楽器の管の部分である共鳴空気柱器については考慮に入れなかったが、次回の音色について解析する場合は、共鳴空気柱器の管内の音場と発音部分の空気ジェットとの相互作用を考える必要があると思われる。

(本学助教授=情報科学担当)

## 参考文献

- (1) 楽器の科学「パイプオルガンの物理学」日経サイエンス社, 1987
- (2) 井上督, 日本流体力学会ながれ20巻3号, 187-195, 2001
- (3) Milne, H.F., 山上雅庸訳「小型パイプオルガンの作り方」芸術現代社
- (4) Konig, W., Phys Z 13, p.1053, 1912
- (5) Rocwell, D., Naudasher, E., Ann. Rev. Fluid Mech., No.11, 67-94, 1979
- (6) Brown, G., Proc Phys Soc, Vol.49, 1937
- (7) 藤井孝蔵「流体力学の数値計算法」東京大学出版会
- (8) Obayashi, S., Matsushima, K., Fujii, K. and Kuwahara, K., AIAA Paper 86-338, 1986
- (9) Fujii, K. and Obayashi, S., J. Aircraft, Vol.26, No.12, pp.1123-1129, 1989
- (10) 村中洋子, 藤井孝蔵「エッジトーンメカニズムの数値シミュレーション」日本計算工学講演会論文集 Vol.1, 1996
- (11) 村中洋子「空力音における数値解析の有効性」東京音楽大学研究紀要第22集, 1998

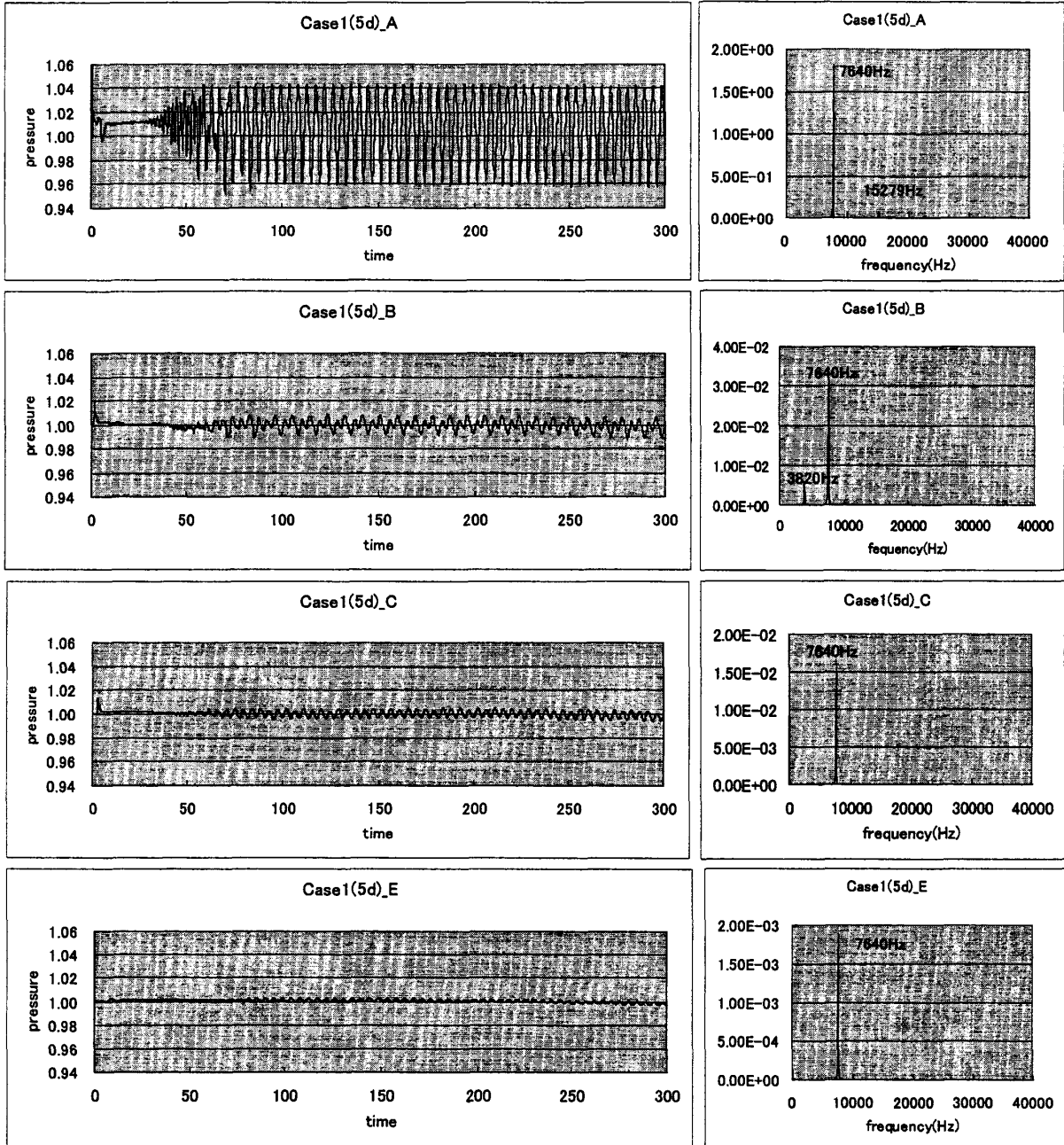
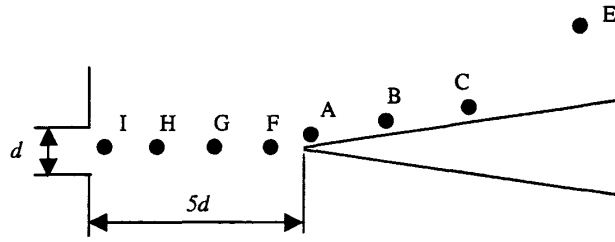


图 6

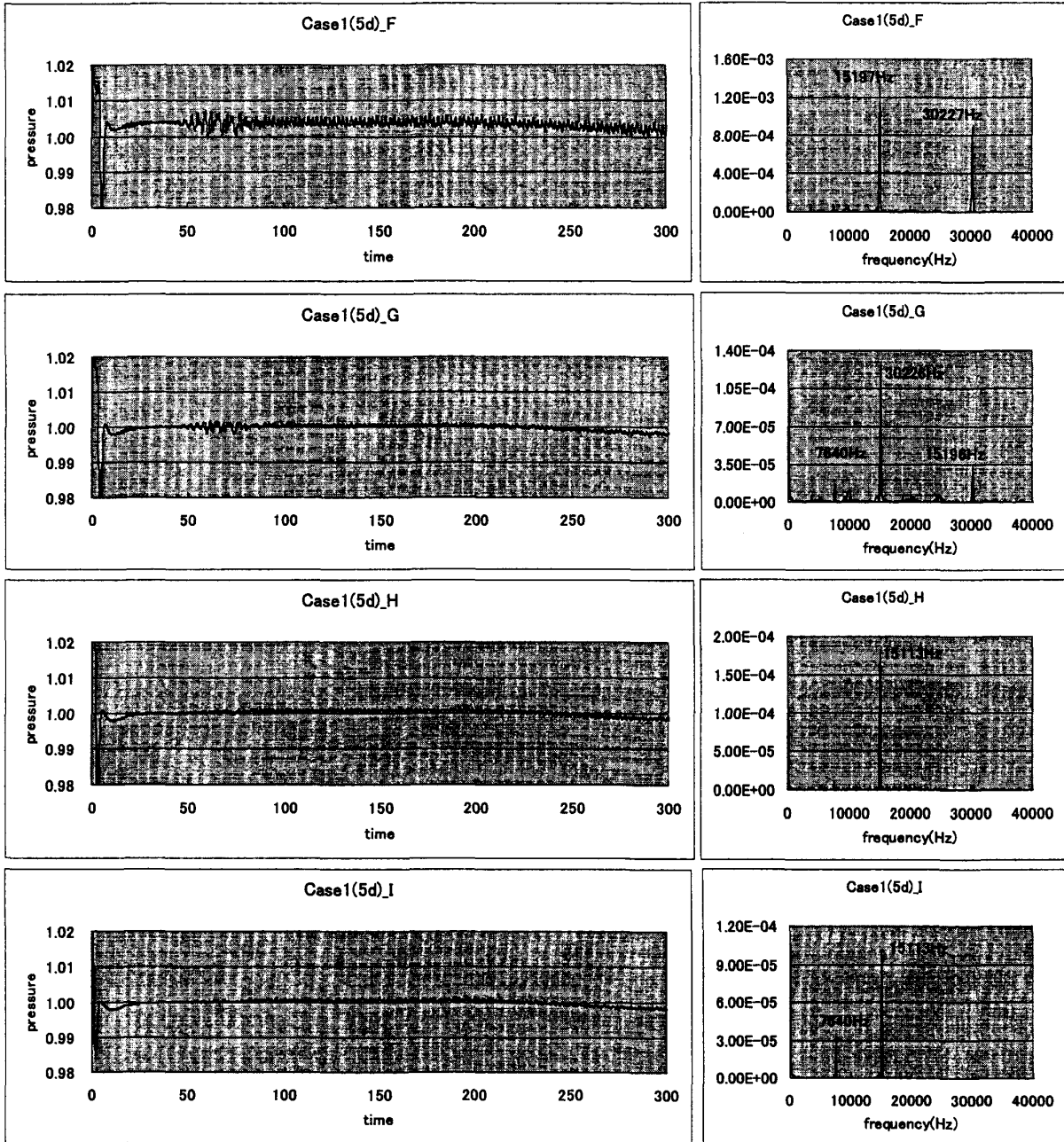
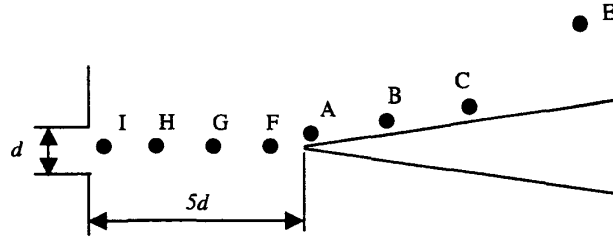


图 7

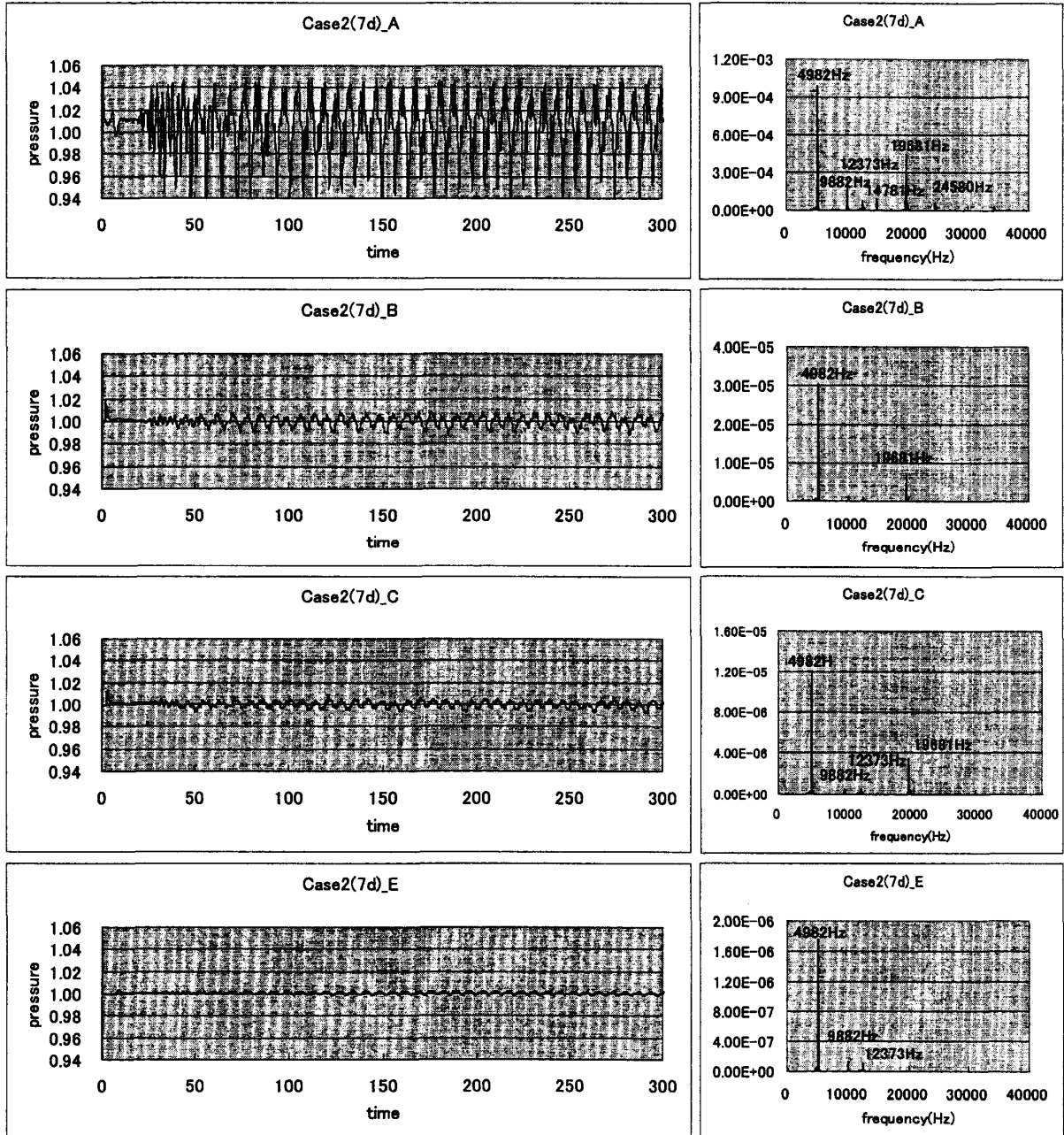
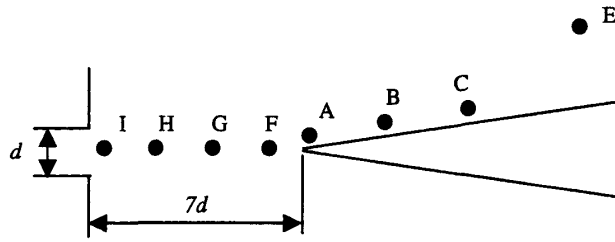


图 8

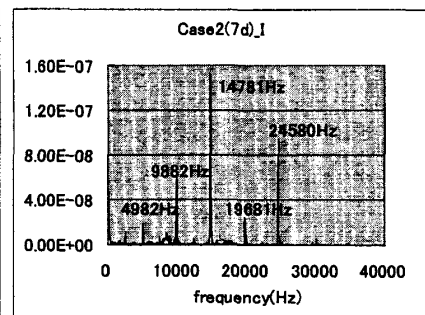
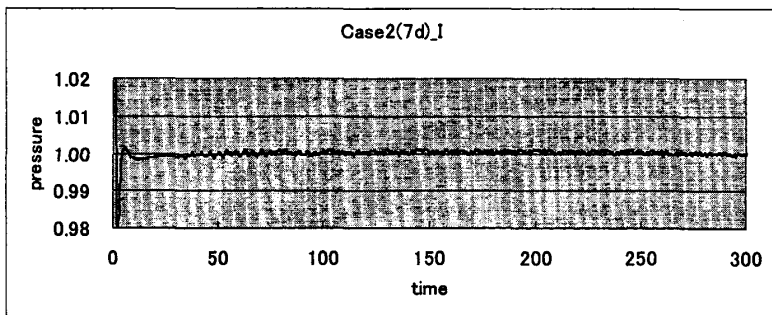
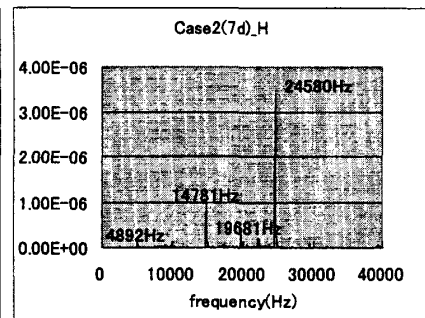
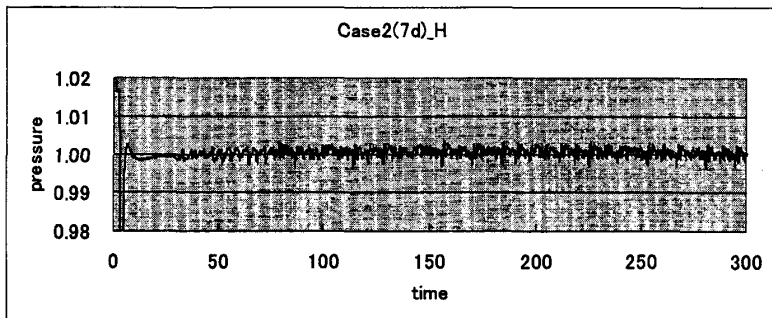
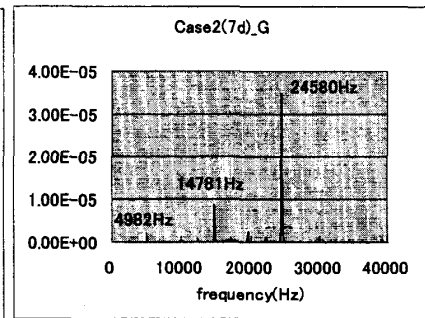
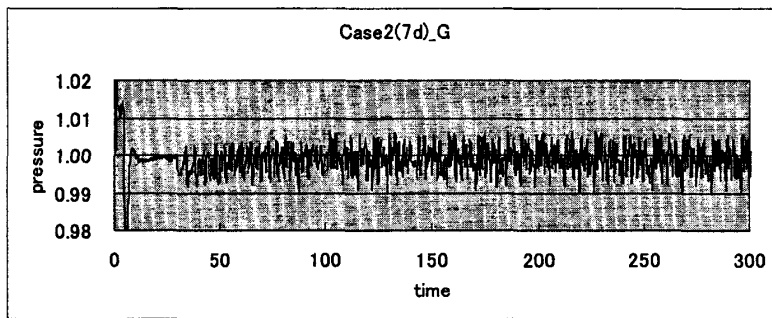
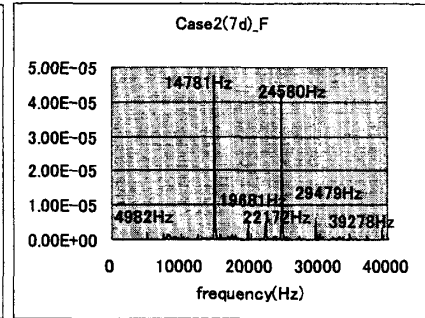
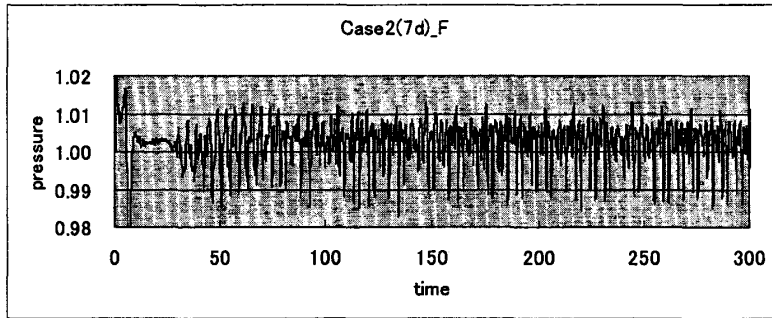
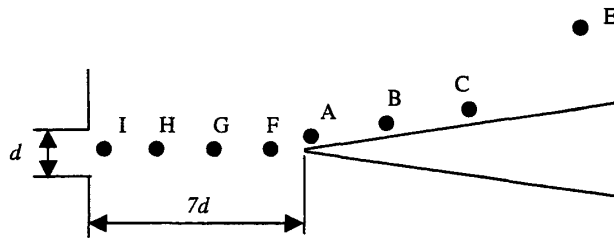
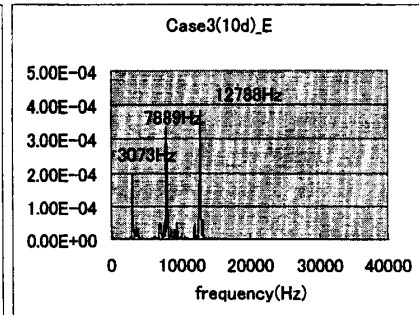
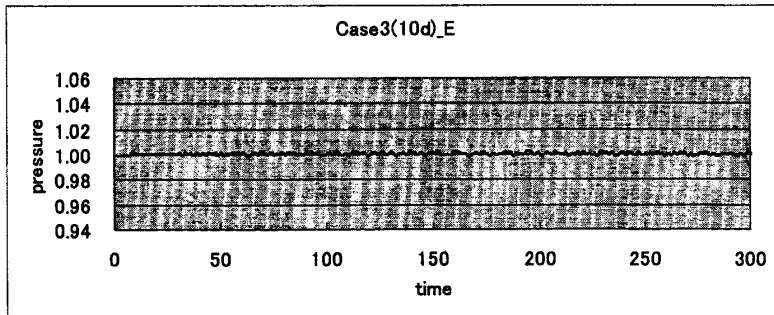
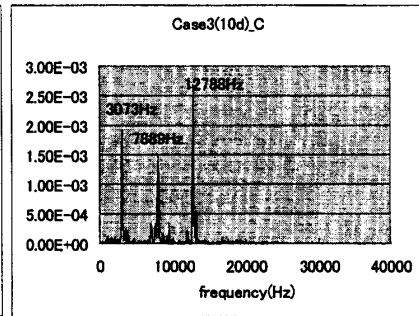
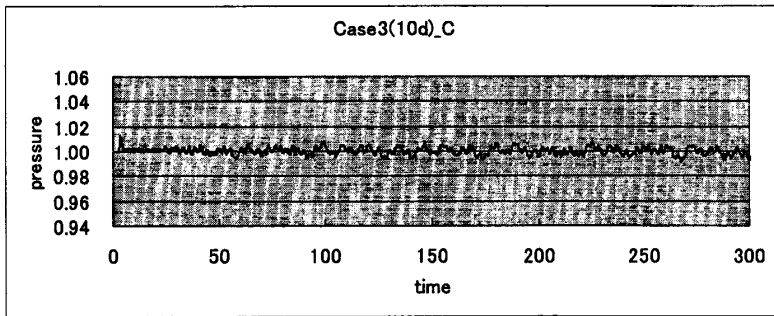
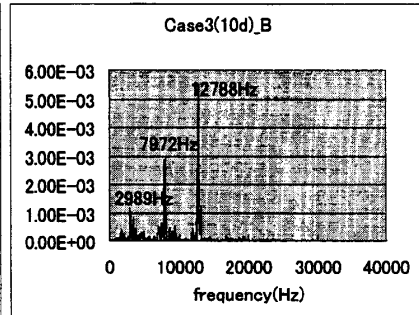
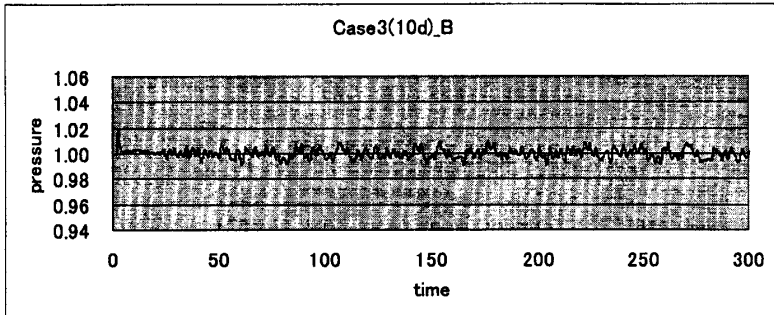
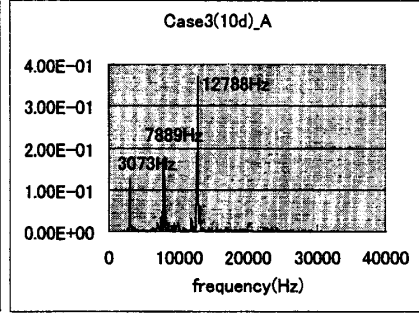
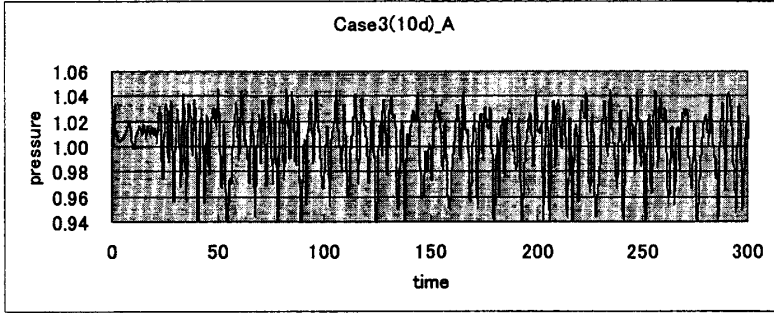
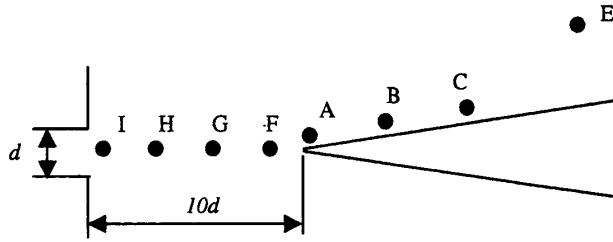


图 9





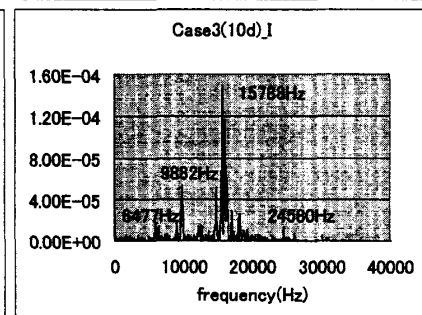
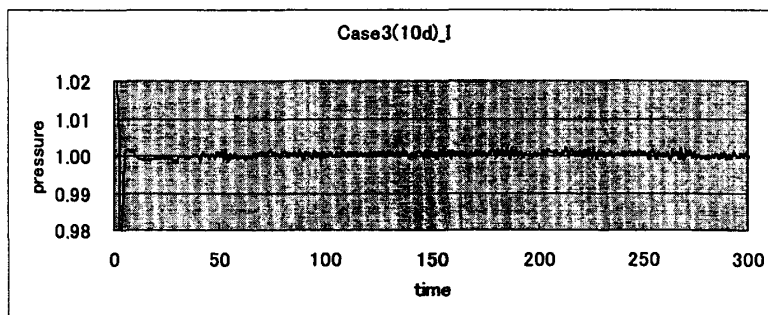
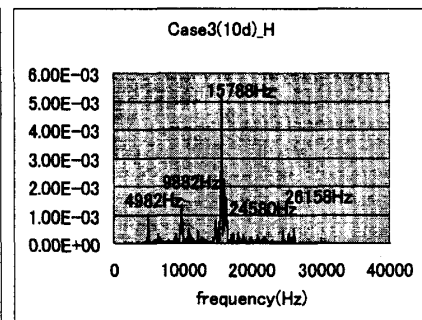
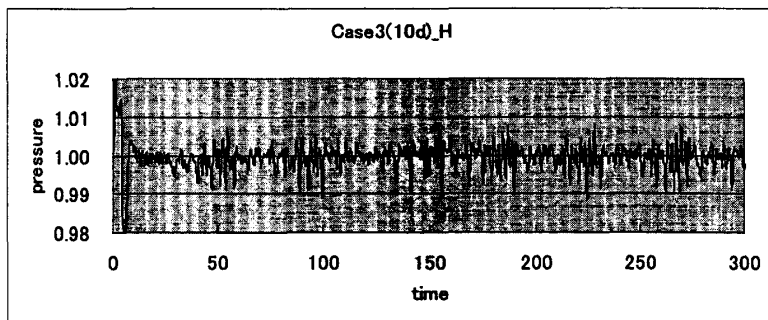
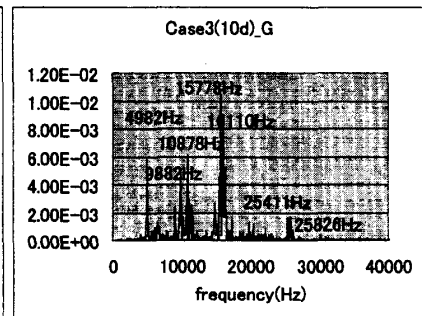
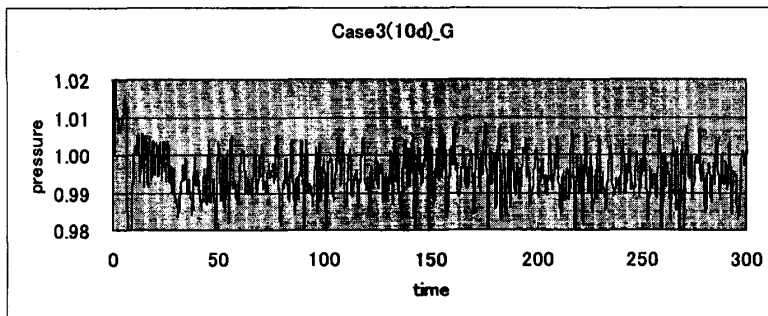
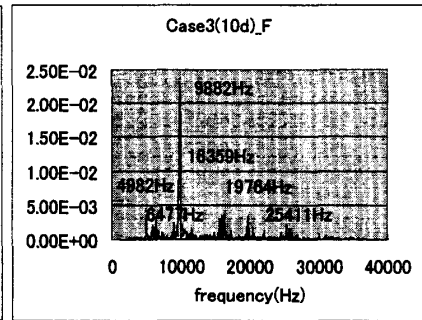
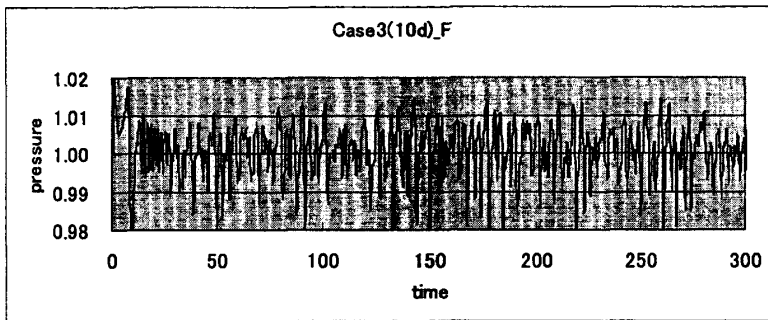
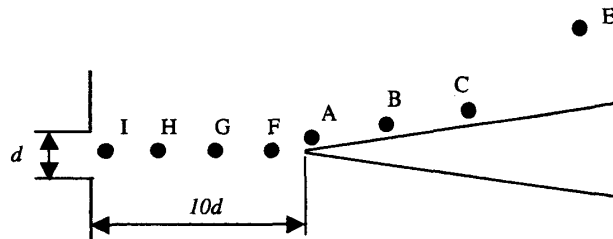
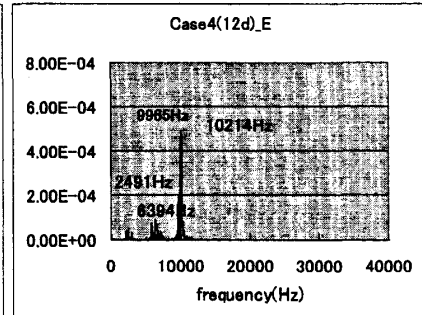
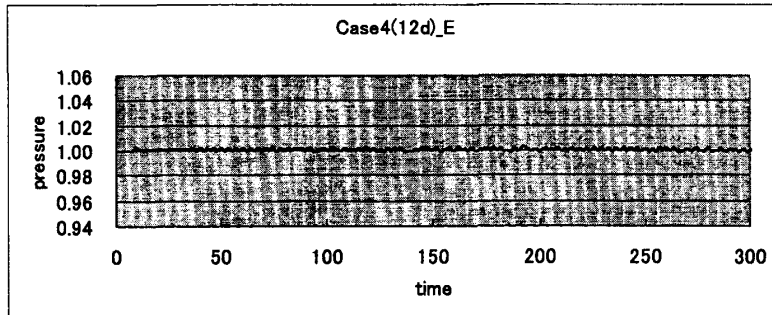
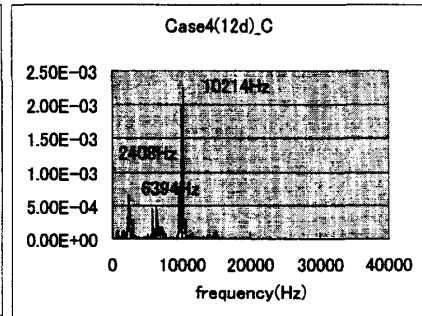
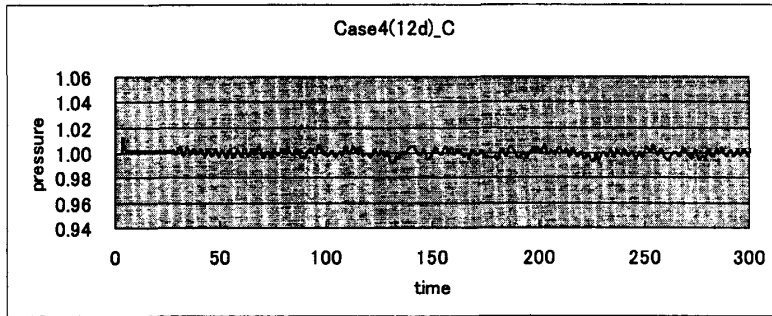
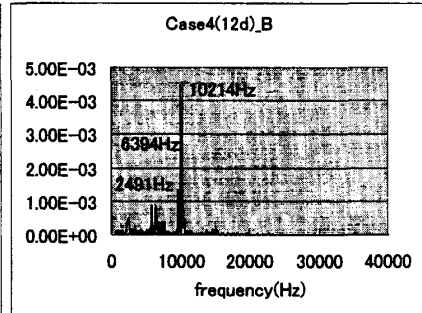
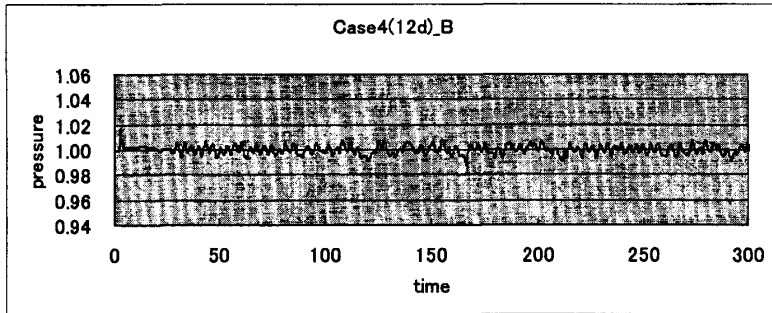
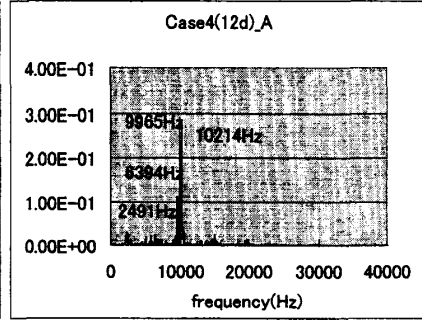
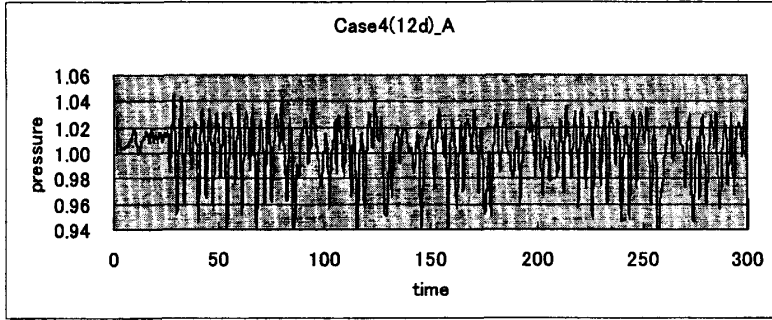
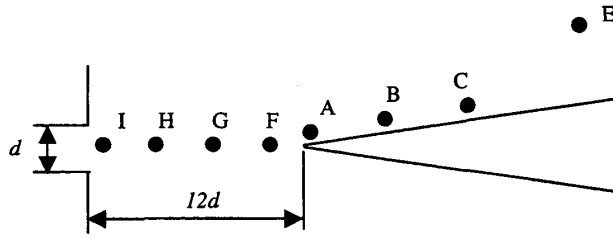


图11



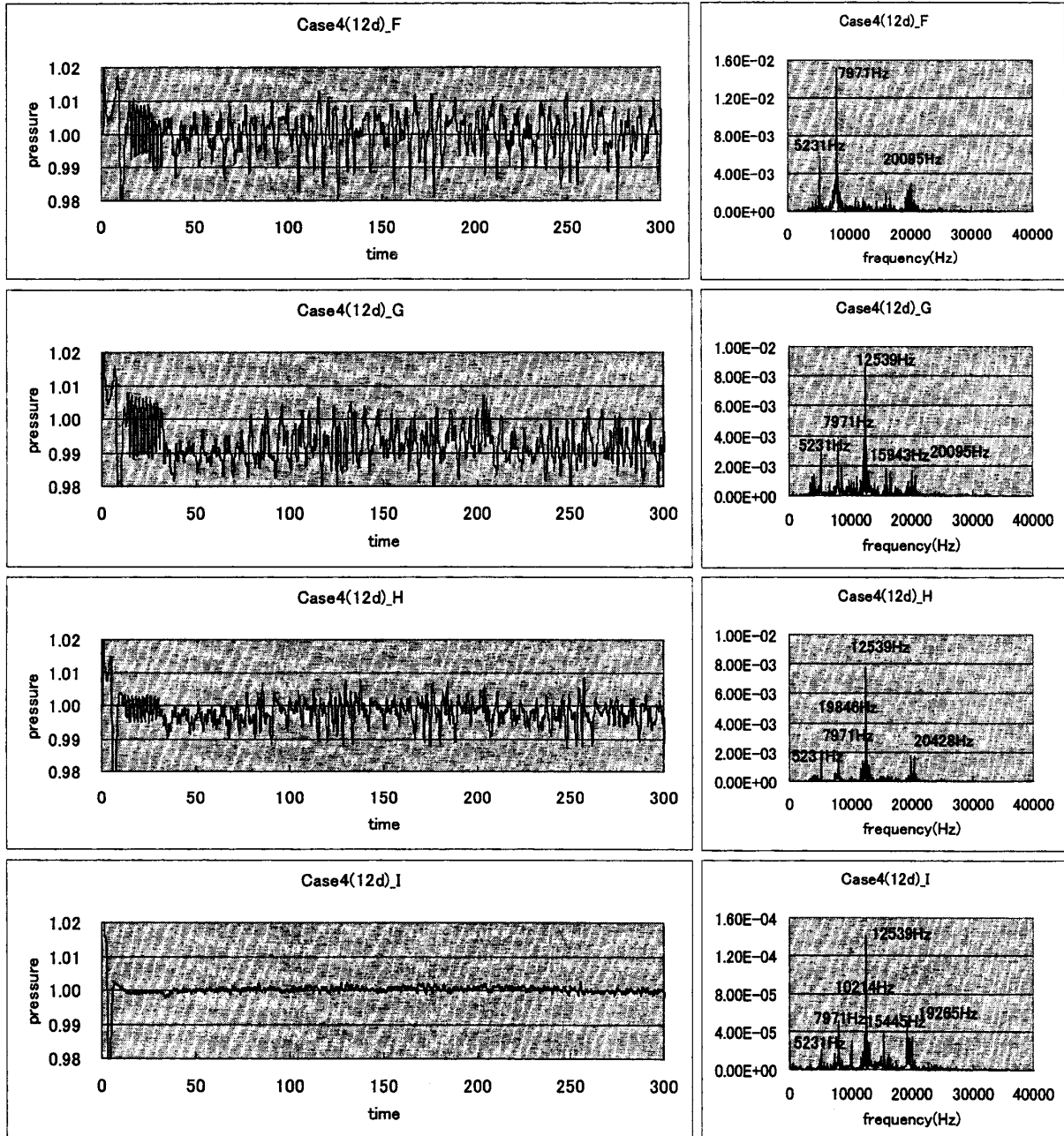
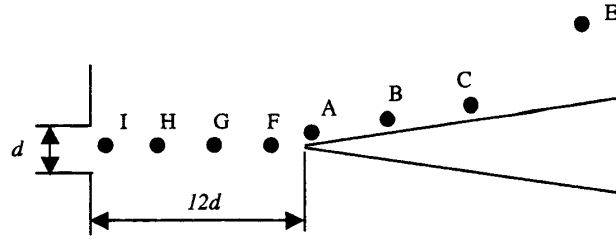


图 13

